

sean a y b vectores de \mathbb{R}^3 ortogonales de longitud 1, sea p un vector de \mathbb{R}^3 tal que $p \times b = a - p$

Demostrar que

a) p es ortogonal a b

$$b) \|p\| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Dado

$$a, b, p \in \mathbb{R}^3$$

$$a \perp b \quad \|a\| = \|b\| = 1$$

$$p \times b = a - p$$

Como hacerlo - Ejecucion

$$a) p \cdot b = 0$$

$$= (p \times b) \cdot b = (a - p) \cdot b \quad \text{prop. distributiva}$$

$$= p \cdot (b \times b) = a \cdot b - p \cdot b$$

$$= 0 = a \cdot b - p \cdot b \quad \text{perpendicularidad}$$

$$= 0 = 0 - p \cdot b$$

$$= 0 = 0 \quad \text{perpendicularidad}$$

$$p \cdot b = 0$$

$$p \perp b = \text{por definicion}$$

b) como hacerlo -ejecucion

$$\|p\| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$p \times b = a \perp p \quad \text{definicion del problema}$$

$$\|p \times b\| = \|a \perp p\|$$

$$\|p \times b\|^2 = \|a \perp p\|^2$$

$$\|p\|^2 \|b\|^2 \sin^2 \theta = \|a\|^2 \sin^2 \theta + \|p\|^2$$

$$\|p\|^2 \sin^2 \theta = 1 \sin^2 \theta + 2(\|a\| \|p\| \cos 45^\circ) \|p\|^2$$

$$0 \sin^2 \theta = 1 \sin^2 \theta + 2 \sin^2 \theta$$

$$\sqrt{2} \|p\| = 1$$

$$\|p\| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$